

OSSERVATORI DELLO STATO

$$(\Sigma) \quad \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad x(t_0) \text{ non è noto!}$$

Copia di Σ

$$(\Sigma_0) \quad \begin{cases} \dot{\xi} = A\xi + Bu \\ \hat{y} = C\xi \end{cases} \quad \begin{matrix} \xi(t_0) \neq \\ x(t_0) \end{matrix}$$

errore di stima

$$e = x - \xi \quad \Rightarrow \quad e(t_0) = x(t_0) - \xi(t_0) \neq 0$$

$$\begin{aligned} \dot{e} = \dot{x} - \dot{\xi} &= (Ax + Bu) - (A\xi + Bu) \\ &= A(x - \xi) = Ae \end{aligned}$$

Osservatore (ad uscita chiusa) di Luenberger

$$(\Sigma_0) \quad \begin{cases} \dot{\xi} = A\xi + Bu + G(y - \hat{y}) \\ \hat{y} = C\xi \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \dot{e} = \dot{x} - \dot{\xi} &= Ax + Bu - (A\xi + Bu + GC(x - \xi)) \\ &= (A - GC)(x - \xi) = (A - GC)e \end{aligned}$$

$$e(t) = \exp[(A - GC)(t - t_0)] e(t_0) \rightarrow 0? \quad \text{per } t \rightarrow \infty$$

$$\dot{e} = (A - GC)e$$

$$\sigma\{A - GC\} = \sigma\{(A - GC)^T\}$$

$$= \sigma\{A^T + C^T(-G)^T\}$$

per valutare "A + Bk"

assegnabilità degli autovalori di $A - GC$
 se (A^T, C^T) è raggiungibile

$$n = \rho[C^T \ A^T C^T \ (A^T)^2 C^T \ \dots \ (A^T)^{n-1} C^T] =$$

$$= \rho \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

↔ osservabilità della
 coppia (A, C)

$$\Rightarrow G = -K^T$$

(dove K assegna gli
 autovalori alle coppie
 (A^T, C^T))

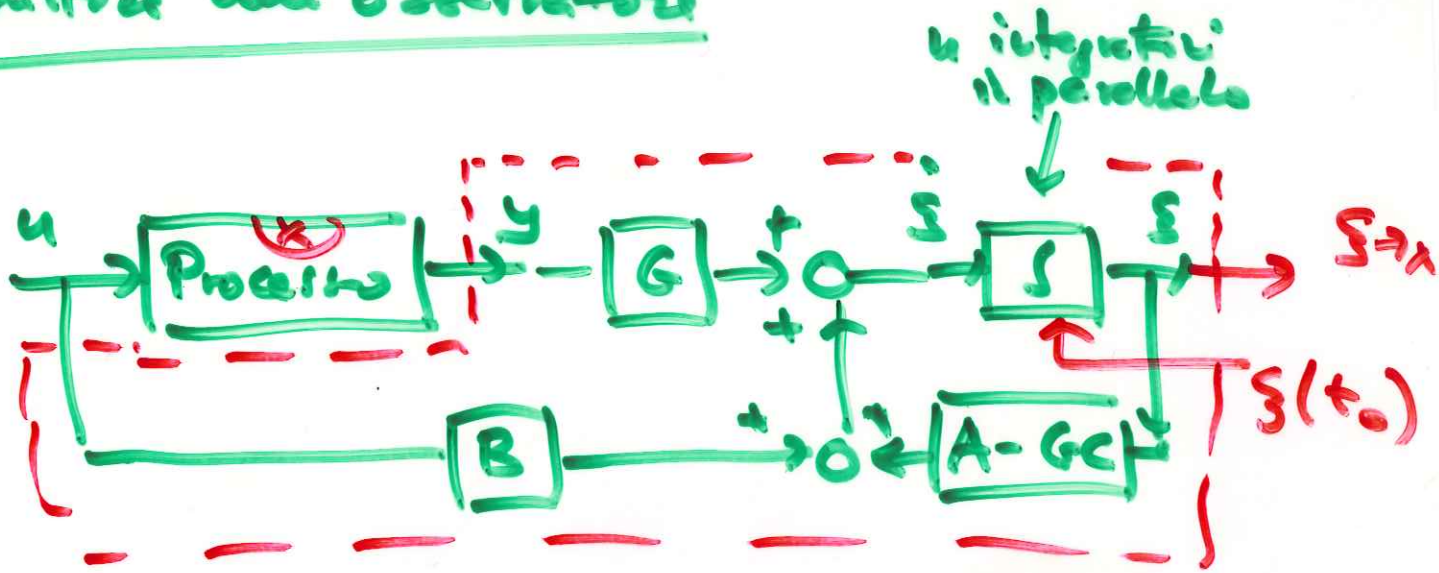
⇒ formula di Ackermann)

Rilevabilità

$$\rho \begin{pmatrix} A - \lambda I \\ C \end{pmatrix} = n \quad \text{allora ok!}$$

$\forall \lambda = \lambda_i : \operatorname{Re}[\lambda_i] \geq 0$

Struttura dell'osservatore



$\dim \xi = \dim x = n$

$$\dot{\xi} = A\xi + Bu + G(y - C\xi)$$

\uparrow
 \hat{y} dell'osservatore

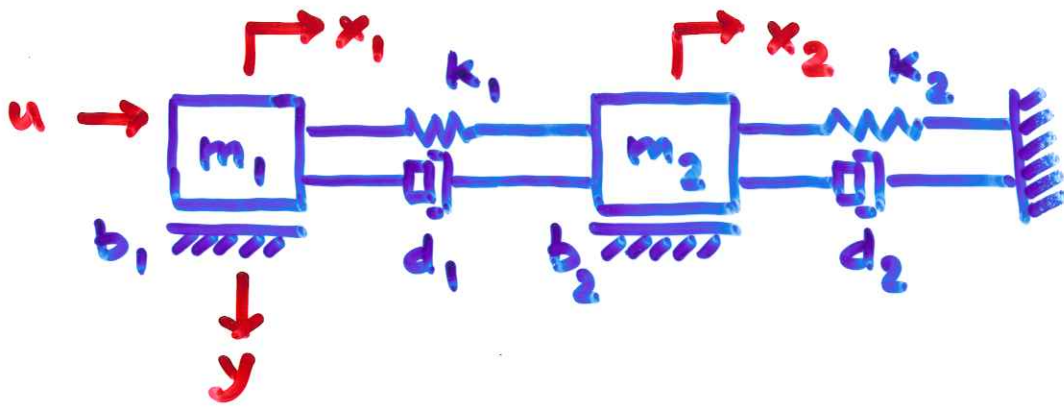
Stit. dinamica di
 dimensione \textcircled{n} = dim. stato processo

\downarrow in realtà

ho a disposizione $y = Cx$ \updownarrow p uscite
 \uparrow misure (lin. indip.)

È possibile costruire un osservatore di
 dimensione ridotta pari a $\textcircled{n-p}$

Esempio



Schematizzazione del controllo di posizione di un utensile in una macchina a controllo numerico

$m_1 + m_2$ = massa utensile movimentato

k_1 = rigidità strutturale utensile (ideale $\rightarrow \infty$)

d_1 = smorzamento " "

k_2 = rigidità ambiente in contatto

d_2 = smorzamento " "

b_1, b_2 = attrito viscoso nel movimento

Si muove l'utensile con la forza u , si può misurare solo la posizione $y = x_1$, a monte della deformazione

□ Si desidera "ricostruire" la posizione effettiva (e la velocità) della punta dell'utensile x_2 (\dot{x}_2)

```

% Esempio di osservatore dello stato con simulazione
%
% il processo e' un sistema di due masse in moto
% con attrito, collegate da molla e smorzatore,
% con l'uscita sulla massa dove agisce il controllo
% e con l'altra massa ancorata con molla e smorzatore
% ad un riferimento fisso
%
% Da utilizzare come file dati e elaborazione per i
% programmi Simulink
%
% OssOpenLoop_ModIO, OssLuenberg_ModIO, OssLuenberg_ModS
%
% Generato da A. De Luca
% 24 Maggio 1993

```

```

% dati processo

```

```

m1=1;
m2=1;
k1=100;
k2=100;
d1=1;
d2=1;
b1=1;
b2=1;

```

masse, rigidità, smorzamenti, attriti

```

% matrici del processo

```

```

n=4;
A=[ 0 0 1 0;
    0 0 0 1;
    -k1/m1 k1/m1 -(b1+d1)/m1 d1/m1;
    k1/m2 -(k1+k2)/m2 d1/m2 -(b2+d1+d2)/m2];
B=[0 0 1/m1 0]';
C=[1 0 0 0];
autovalA=eig(A);

```

```

% stato iniziale vero del processo

```

```

x0=[0.1 0.1 -2 2]';

```

```

% stato iniziale stimato dell'osservatore

```

```

xs0=[0.1 0 0 0]';

```

↑
N.B. $\hat{x}_1 = y = x_1$ perché lo misuro direttamente!

```
% localizzazione poli dell'osservatore
```

```
lambda=-10;      % provato anche con -5  
P=[lambda lambda lambda lambda]';
```

} 4 poli coincidenti

```
% test osservabilita'
```

```
OB=obsv(A,C);  
rgOB=rank(OB);
```

```
if rgOB<n
```

```
    disp(' Sistema non completamente osservabile! ');
```

```
else
```

```
    K=acker(A',C',P);
```

```
    L=K';
```

```
end;
```

} assegnazione "duale"

```
% verifica assegnazione
```

```
Aobs=A'-C'*L';
```

```
Pobs=eig(Aobs);
```

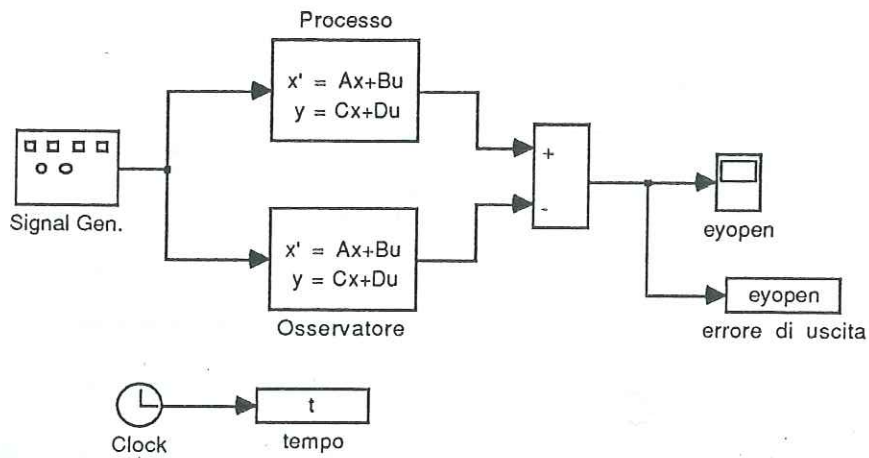


check numerico

```
% end
```

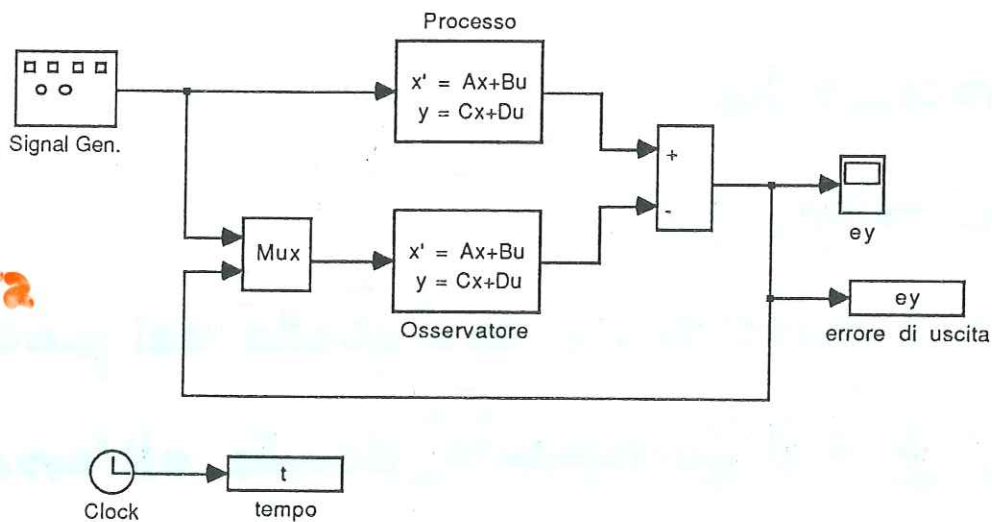
Osservatore ad ANELLO APERTO

onda
quadrata



Osservatore ad ANELLO CHIUSO (di Luenberger)

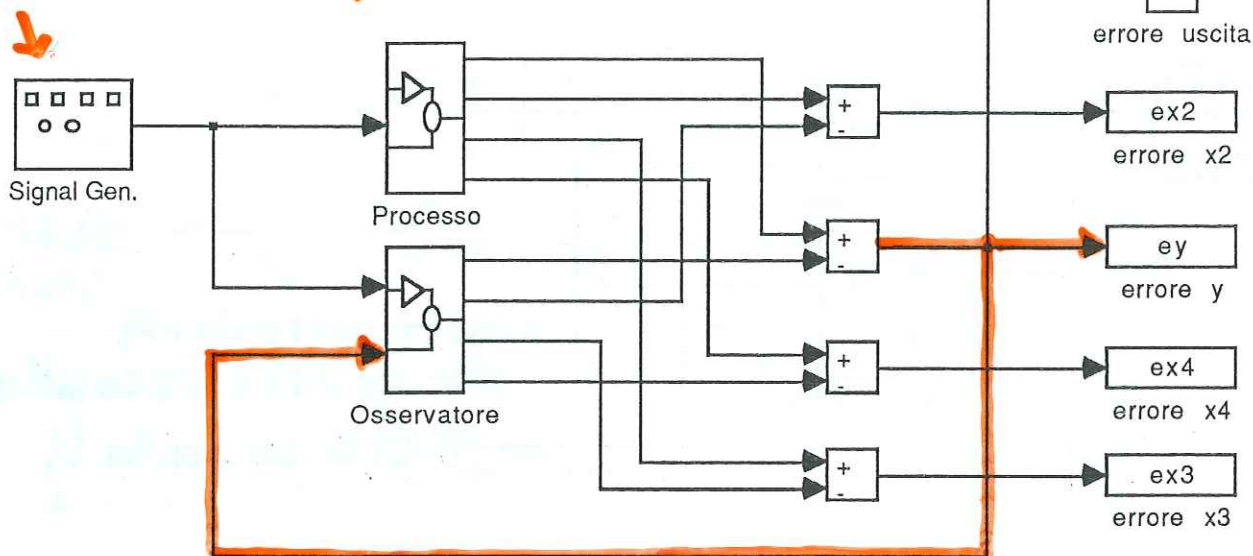
onda
quadrata



simulazioni effettuate con RK23, $t_{\text{samp}} = 0.01$

Osservatore ad ANELLO CHIUSO

onda quadra unitaria
periodo 2π sec (frequenza 1 rad/sec)

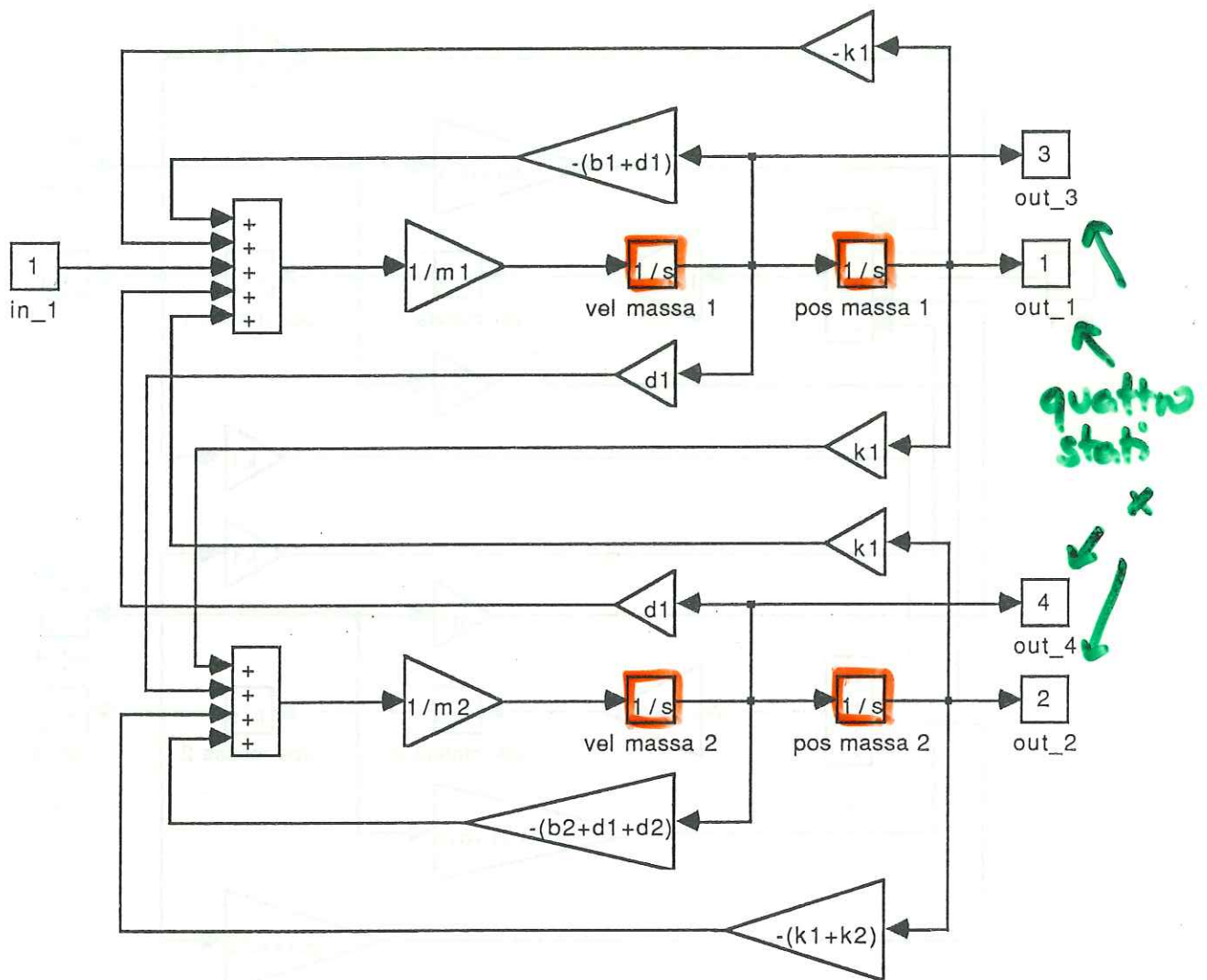


realizzazione "interna"

N.B. il processo ha 1 solo ingresso

L'osservatore ha 2 ingressi

- 1 coincidente con quello del processo
- 1 è il "fortamento" dovuto all'errore in uscita $y - \hat{y}$



Schema a blocchi del processo

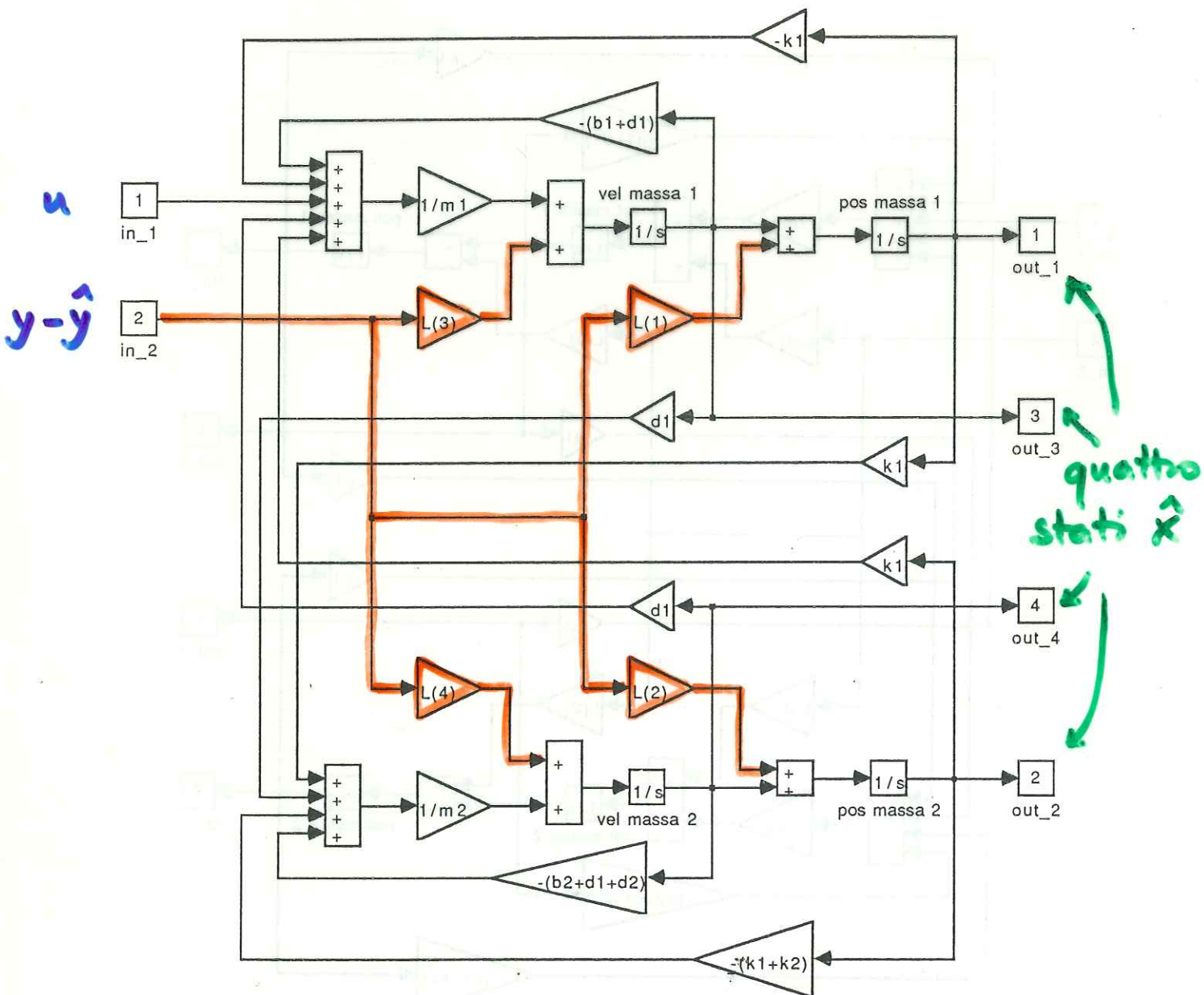
$$\dot{x} = Ax + Bu \quad x \in \mathbb{R}^4$$

$$y = Cx \quad u, y \in \mathbb{R}$$

$\underbrace{\hspace{2cm}}_{= x_1}$

N.B. Con i dati numerici, autovalori processo in

$$\sigma(A) = \{-1.809 \pm j16.079, -0.691 \pm j6.142\}$$



Schema 2 blocchi dell'osservatore

$$\dot{\hat{x}} = A \hat{x} + Bu + L(y - \hat{y})$$

$$\hat{y} = C \hat{x}$$

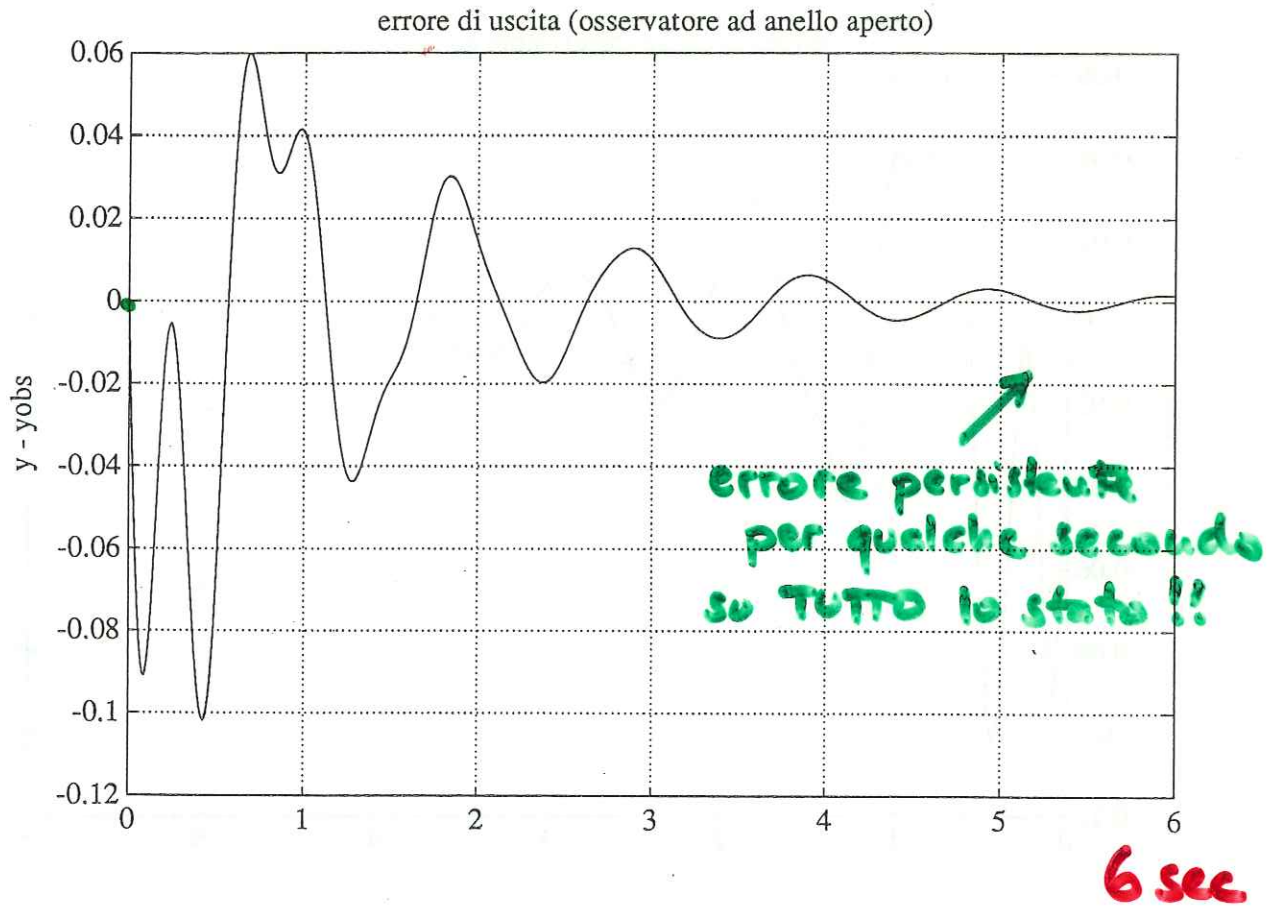
$$\hat{x} \in \mathbb{R}^4$$

$$u, y, \hat{y} \in \mathbb{R}$$

$\hat{x} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \end{bmatrix}$

N.B. L proviene dalla scelta dei poli per l'osservatore

ad anello aperto



$$x(0) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

cm cm/sec

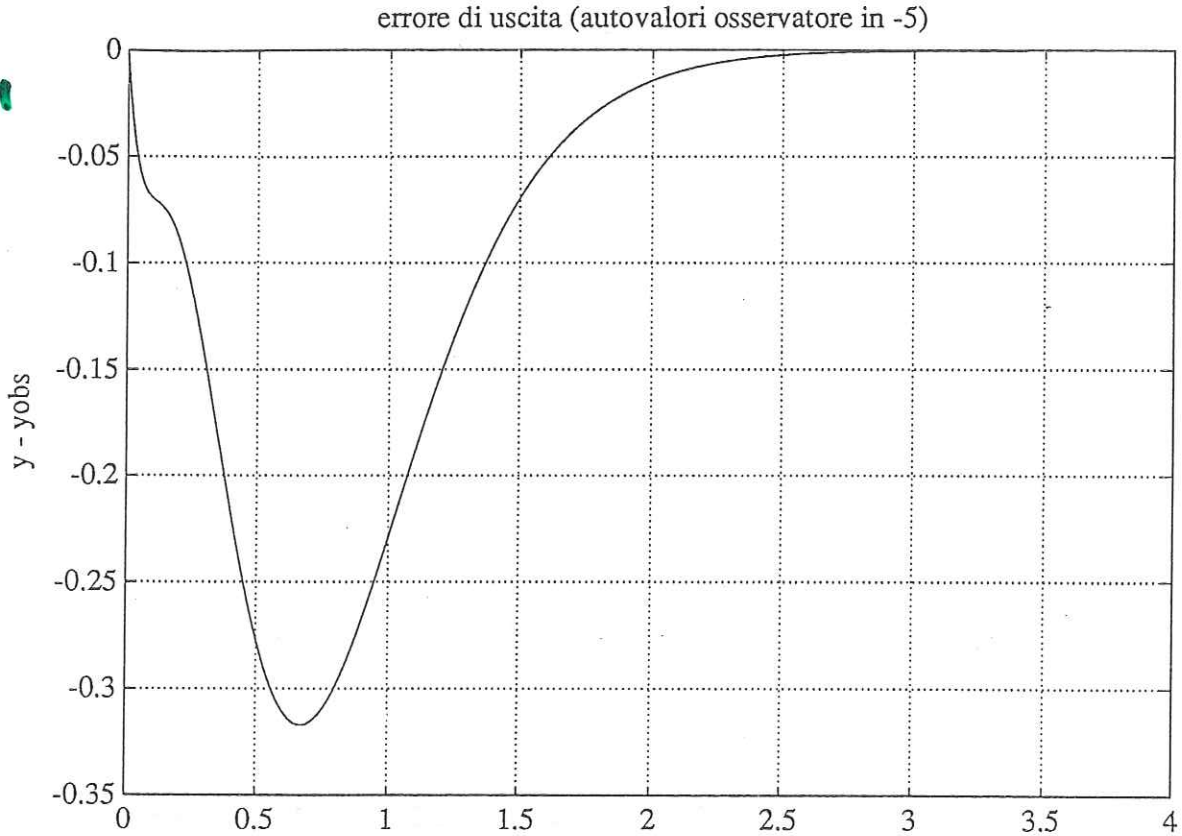
$$\hat{x}(0) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

N.B. L'errore di uscita parte da zero perché

$$x_1(0) = y(0) = \hat{x}_1(0)$$

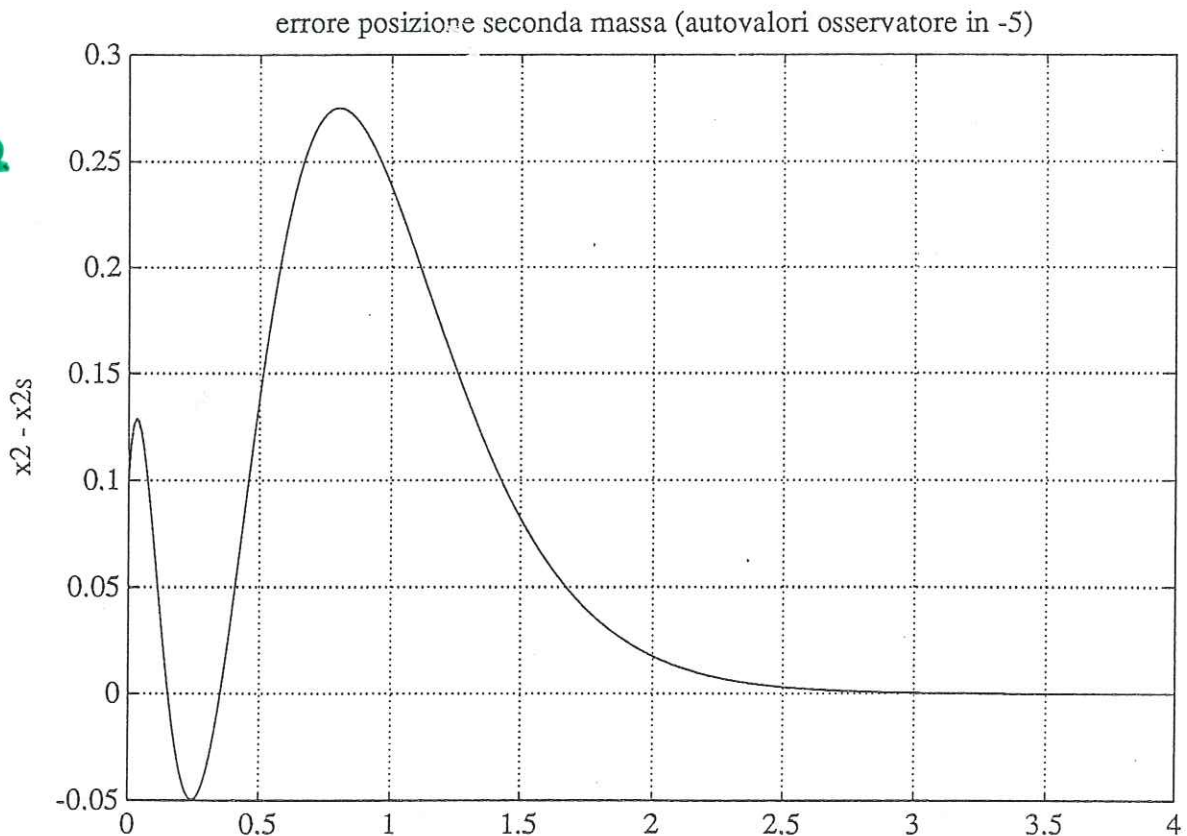
osservatore di Luenberger : $\lambda = -5$ coincidenti

$$x_1 - \hat{x}_1$$



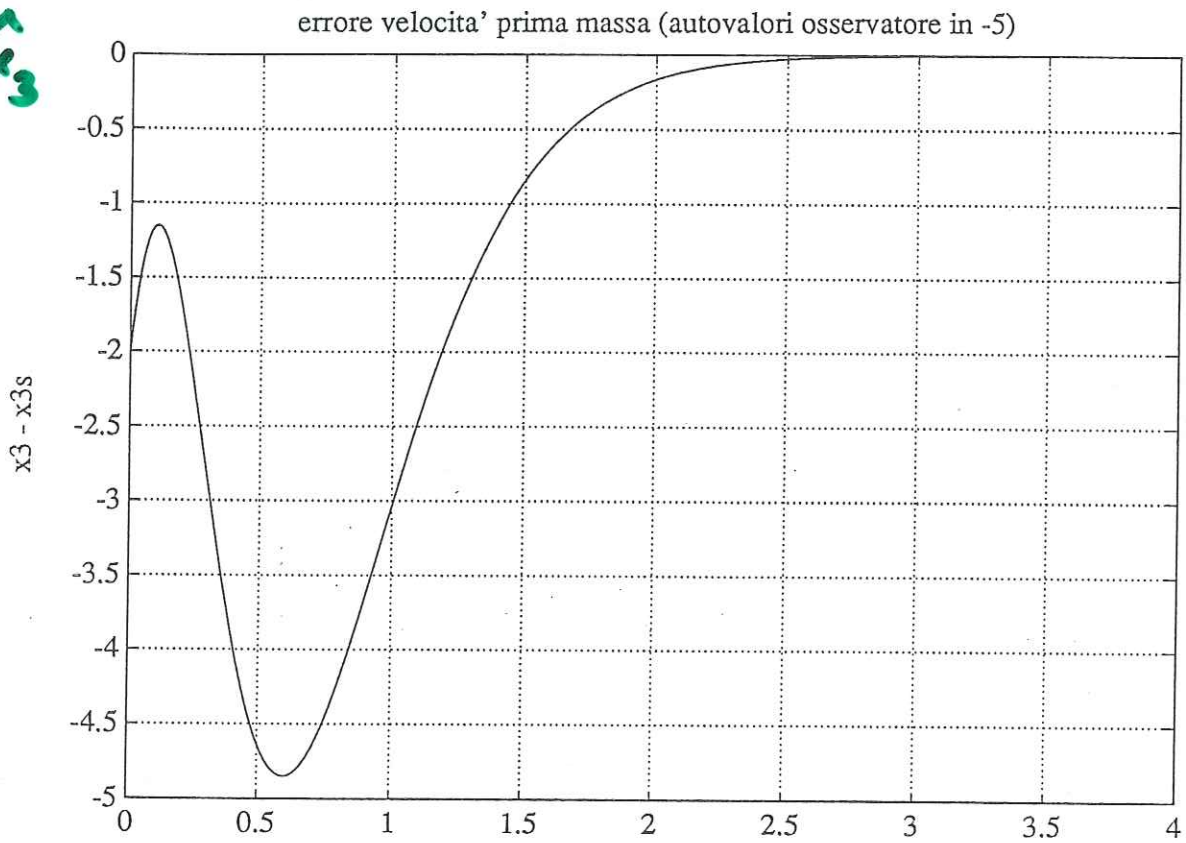
errori di stima posizione masse m_1 e m_2

$$x_2 - \hat{x}_2$$



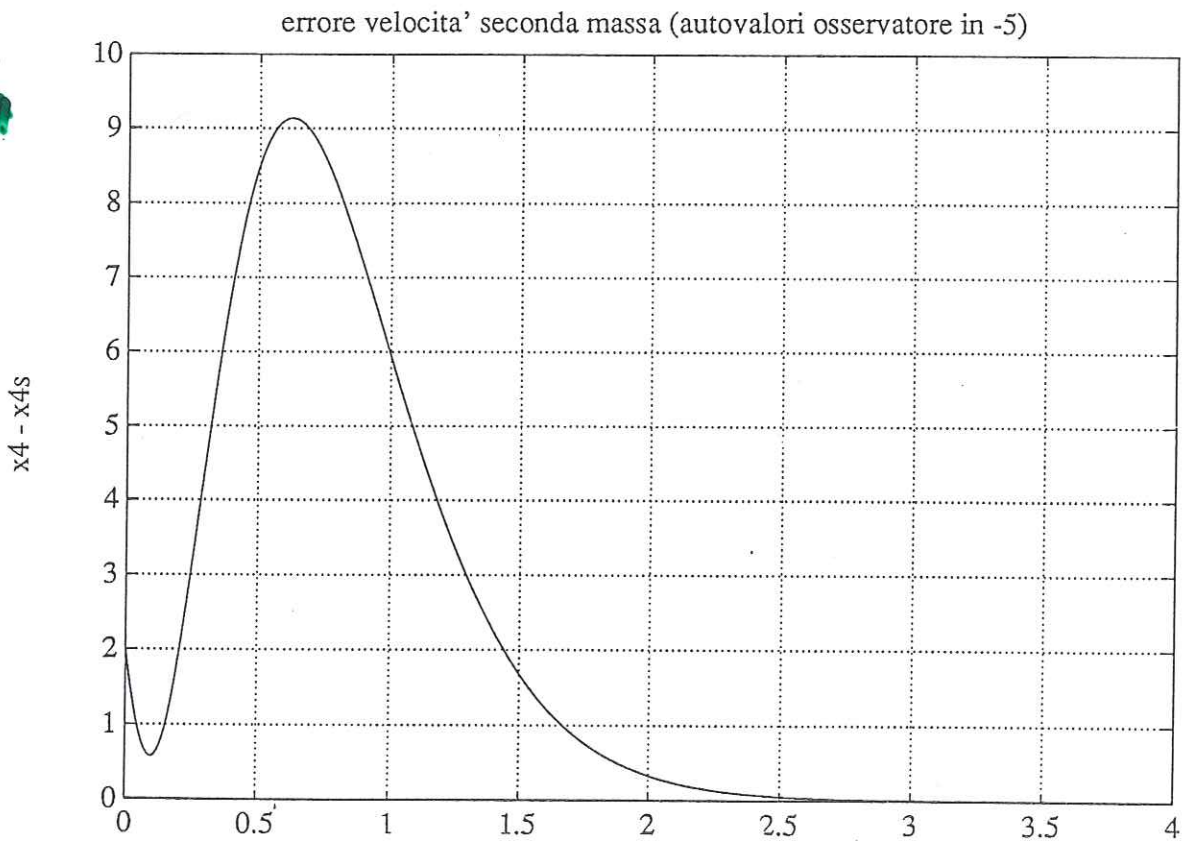
$$\lambda = -5$$

$$x_3 - \hat{x}_3$$



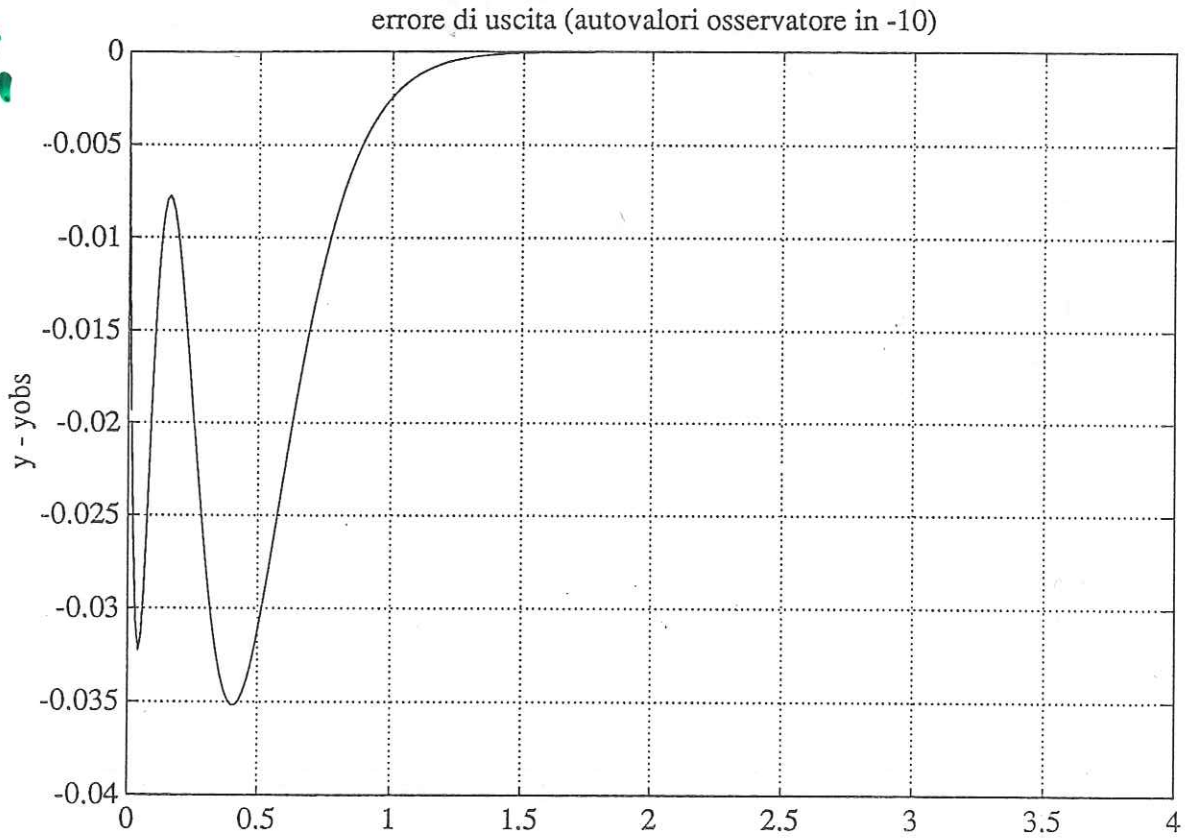
errori di stima velocita' masse m_1 e m_2

$$x_4 - \hat{x}_4$$



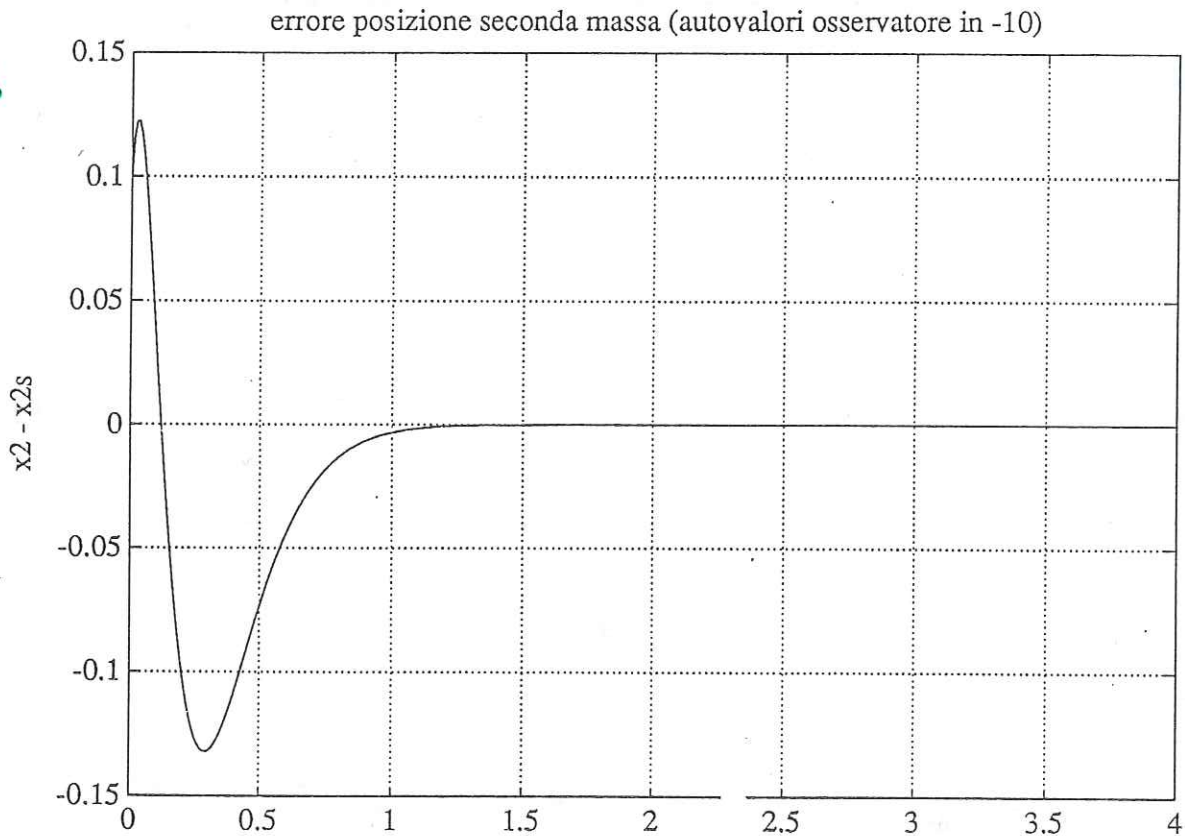
osservatore di Luenberger : $\lambda = -10$ coincidenti

$$x_1 - \hat{x}_1$$



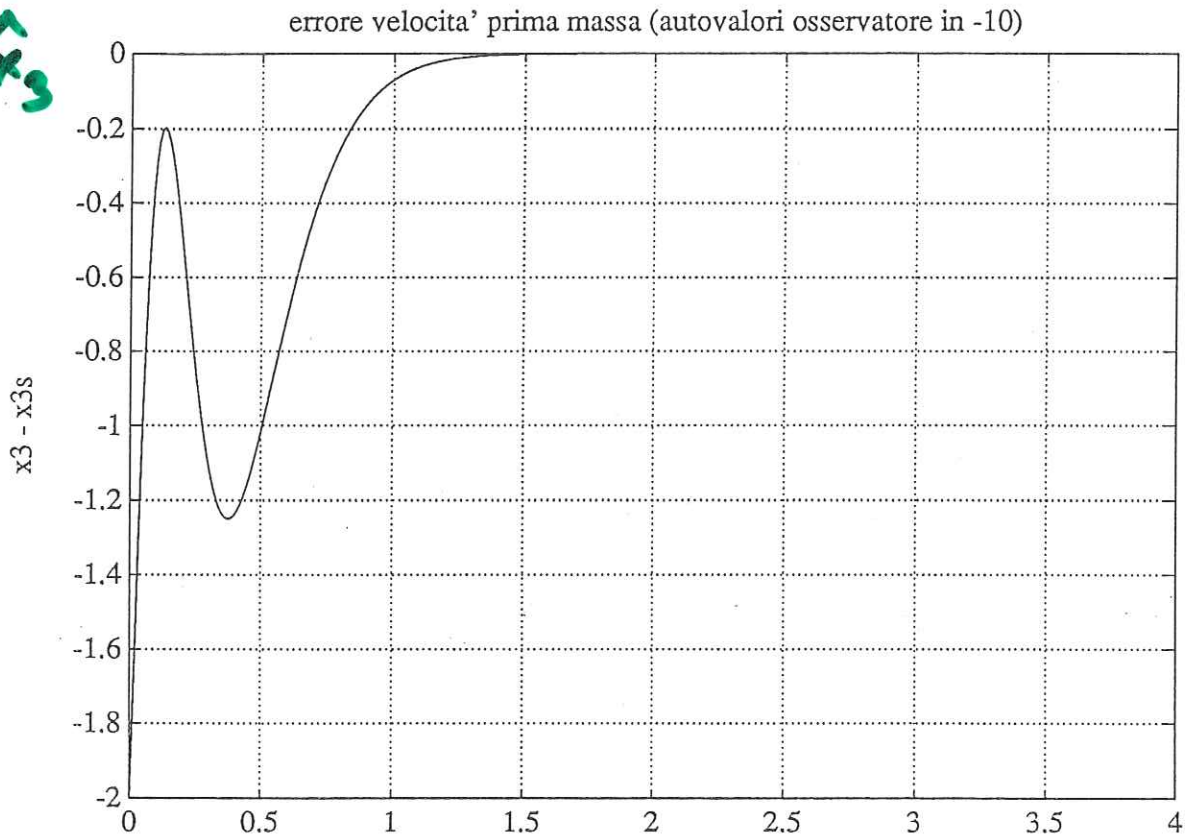
errori di stima posizione masse m_1 e m_2

$$x_2 - \hat{x}_2$$



$$\lambda = -10$$

$$x_3 - \hat{x}_3$$



errori di stima velocità masse m_1 e m_2

$$x_4 - \hat{x}_4$$

